FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LAS EDUCACIÓN

Grado en Educación Infantil.

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Concepción del número en Educación Infantil

Alumno: Ana García Rus

Tutor: D. Francisco Javier García García.

Dpto. Didáctica de las Ciencias.

Septiembre, 2014.

Índice:

1. Resumen

El presente trabajo de fin de grado tiene como propósito indagar sobre la construcción de los primeros conocimientos numéricos en Educación Infantil. Para dar cumplimento a este objetivo, he planteado realizar una pequeña investigación acerca del aprendizaje matemático, concretamente del número y la numeración, aproximándome a los modelos teóricos en los que se pueden basar dicho aprendizaje, y que nos facilitarán su comprensión y nos servirán para identificar y explicar fenómenos relativos a la enseñanza y al aprendizaje en dicho nivel educativo.

Palabras clave: Educación Infantil, concepción, matemáticas, número, numeración, conocimientos.

Abstract:

The present work of end of degree has as intention investigate on the construction of the first numerical knowledge in Infantile Education. To give I complete to this aim, have considered realizing a small investigation it brings over of the mathematical learning, concretely of the number and the numeration, coming closer the theoretical models on whom the above mentioned learning can be based, and that will facilitate his comprehension to us and will serve us to identify and to explain phenomena relative to the education and to the learning in the above mentioned educational level.

Keywords: Infantile education, conception, mathematics, number, numeration, knowledge.

2. Introducción.

Como afirma Chamorro (2005, p. 143) *"La idea de número, por mucho que se acompañe del adjetivo "natural" posee una enorme complejidad. Por ello, no podemos esperar que los niños de educación infantil comiencen a construir su concepción sin ayuda alguna. El proceso de dicha construcción, es un proceso lento que además choca con la creencia social de que todo se reduce a saber recitar la cantinela de números en orden."*

Para que se produzca una comprensión de la idea de número, el niño ha de haber superado numerosas trampas perceptivas. Reconocer una cantidad determinada de elementos en concreto, representar la misma cantidad de otros elementos diferentes etc. Esto es un reto para una mente infantil. Por eso, el adulto, el docente en particular, debe de hacer una relectura del mundo que le rodea (Chamorro, 2005).

La clave para abordar todo esto es saber con antelación. Atendiendo a la afirmación de Chamorro (2005, p. 143), "*los conocimientos de los alumnos están marcados por las* *situaciones que encuentran y dominan progresivamente por lo tanto, es de vital importancia dotar al alumnado de un amplio número de situaciones que reproduzcan la génesis de número natural".*

Ahora bien, los conocimientos de los niños de esta edad se adquieren por medio de la acción y con el descubrimiento de procedimientos. Por lo tanto, debemos comenzar a construir dichas situaciones partiendo de lo que saben, de cómo se produce la conceptualización del número, de las etapas de aprendizaje por las que el niño/a pasa y los obstáculos que encuentra y errores que comete. A través de todo esto, conseguiremos que el alumnado de infantil adquiera el concepto de número, así como, a ser capaz de pasar de representación analógica de la cantidad a las representaciones convencionales. (Chamorro. 2005).

Por todo esto, y por las numerosas barreras que el niño debe de franquear para adquirir el concepto de número, veamos los modelos con los que actualmente se está trabajando en el aula de infantil.

3. Marco teórico.

a) Aprendizaje matemático en la escuela infantil. Empirismo vs. Constructivismo.

Para comenzar a hablar de matemáticas voy a hacer una breve reflexión sobre ¿Qué son matemáticas? ¿Qué es hacer matemáticas? Si buscamos una definición como tal, podríamos decir que matemáticas son una ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. (RAE)

Por otro lado, hacer matemáticas es una actividad eminentemente humana y necesaria que nos facilita vivir mejor a todos juntos, cuando somos capaces de codificar y descodificar un mensaje también hacemos matemáticas, o cuando resolvemos un problema, es decir, cuando un sujeto es capaz de producir, crear o construir con sentido una actividad cargada de interés y significación. En definitiva, es resolver problemas. (Ruiz Higueras, 2012-2013)

Ahora bien, en este trabajo de fin de grado nos centramos en el marco de la etapa de Educación Infantil (EI en adelante) y en los conocimientos numéricos. Es en esta etapa dónde los niños/as comienzan a sistematizar sus interacciones con el número, y a realizar nuestras primeras producciones matemáticas. Nuestro interés está en analizar cómo ocurre el aprendizaje matemático. Para ello, esbozaremos en primer lugar las características más importantes de dos modelos de aprendizaje, que pueden ser considerados como antagónicos: el empirismo y el constructivismo.

Empirismo:

Esta concepción es la que habitualmente encontramos en las aulas de EI con respecto al aprendizaje del alumnado. Ya sea en el aprendizaje matemático, lingüístico, tecnológico etcétera.

Es una concepción que apenas se hace explícita pero es la que más extendida está entre los miembros de la comunidad educativa y consiste en que los alumnos aprenden aquello que el profesor explica en clase y no aprenden nada de que aquello que no explica. Por lo tanto, el docente juega un papel de transmisor de conocimientos "verdaderos" y los alumnos solo se limitan a captar y asimilar dichos conocimientos. No es más que una presentación de forma ostensiva de los saberes del profesor al alumnado. (Ruiz Higueras, 2012)

Esta teoría, asume que los alumnos podrán rápidamente asimilar y reconocer los conocimientos presentados por su maestro/a. Esto crea una doble ficción: en cuanto al aprendizaje, la ficción de un aprendizaje instantáneo.; en cuanto a la enseñanza, la ficción de que ésta es no económica y directa, basada en la transmisión de conocimientos.

En el empirismo, el profesor/a así como el alumno/a no deben equivocarse. El error está relacionado con el fracaso por lo que si ambos se equivocan, les impedirá alcanzar el éxito en su tarea. Las causas del error suelen ser planteadas por el profesor/a en términos de lagunas o faltas o bien conocimientos que se encuentran parcialmente asimilados. En consecuencia, en esta teoría, *"se intenta poner una especie de barrera al error" [...]* para que no se cometan, sino el aprendizaje no será óptimo y podrían poner en duda el sistema de enseñanza. (Margolinas, 1993)

Bajo esta teoría, podríamos considerar que la enseñanza ideal es aquella en la que el maestro transmite el conocimiento sin cometer ningún error y que el alumno/a "recibe" dichos conocimiento y resuelve las preguntas o tareas propuestas por el maestro de manera correcta, también sin error. De esta manera sabremos que el alumno ha "comprendido" perfectamente.

Constructivismo:

Es cierto que muchos conocimientos son transmitidos de generación en generación o por simple imitación pero sabemos que la mayoría, necesitamos una verdadera construcción e intención de aprender. El aprendizaje de ciertos conocimientos supone una actividad propia del sujeto por lo que esto es aproximarse a la corriente constructivista. (Ruiz Higueras, 2012)

Atendiendo a la afirmación de Ruiz Higueras, (2005, p.15) *"Las hipótesis fundamentales sobre las que se apoya esta teoría, extraídas de la psicología genética y de la psicología social se pueden clasificar del siguiente modo":*

1. *Hipótesis: el aprendizaje se basa en la acción.* El término acción podría definirse como “llevar a cabo manipulaciones” pero referido al sentido matemático se trata de “anticipar la acción concreta”, es decir, construir una solución para poder realizar manipulaciones de objetos reales o también hacerlo mentalmente o verbalmente por parte del sujeto. *“En cualquier caso, la acción matemática, se opone a la acción sobre lo real: la acción sobre los objetos reales conduce a una constatación, mientras que la acción matemática si no es utilizada por un procedimiento experto se sitúa al nivel de una anticipación.”* (Ruiz Higueras 2005, p. 15)

Con respecto a la Escuela Infantil, necesariamente, los niños/as iniciarán la construcción del conocimiento matemático a través de *acciones* concretas y efectivas sobre objetos reales por lo que estas acciones les ayudarán a comprender las cuestiones formuladas y a configurar una presentación de la situación propuesta. En este nivel, también comenzarán a anticipar resultados matemáticos relativos a situaciones no realizadas.

Estas anticipaciones llevan a los alumnos/as a que desarrollen un cierto trabajo autónomo, a que se enfrenten al desafío de resolverlos poniendo en juego los conocimientos de que disponen, sabiendo que ello no implica necesariamente aplicar una determinada operación, sino que es necesario propiciar la búsqueda de diversos caminos personales de resolución, probando, equivocándose, ajustando sus procedimientos, controlando los pasos que van dando. Se trata de un trabajo donde el docente no es el único que establece si es correcto o incorrecto lo que hace el alumno.

Por lo tanto, podemos decir que cuando la estrategia de base no es la correcta o no nos da la solución al problema, nos vemos obligados a buscar otra más económica. Esta estrategia construye el conocimiento matemático puesto que cuando el alumno pasa de la estrategia de base a una nueva decimos que ha construido un nuevo conocimiento: ha llevado a cabo un aprendizaje.

2. *Hipótesis: La teoría de la Equilibración de Piaget.* La adquisición, organización e integración de los conocimientos del alumnado pasa por estados transitorios de equilibrio y desequilibrio, los conocimientos anteriores se ponen en duda. Podremos decir que si este desequilibrio es superado, es decir, si se reorganizan los conocimientos, los nuevos serán integrados con los anteriores.

El aprendizaje, pues, no se reduce a una simple memorización; aprender supone volver a empezar, repetir comprendiendo lo que se hace y por qué se hace.

En este caso, el error que es propio de los niños cuando va emergiendo el conocimiento matemático es necesario para producir desequilibrios. Si no emergen las estrategias de base erróneas y comprobamos su invalidez, no se rechazan nunca y volverán a manifestarse sistemáticamente.

3. *Hipótesis: se conoce en contra de los conocimientos anteriores.* Los aprendizajes previos del alumnado se deben tener en cuenta para construir nuevos conocimientos, ya que estos no se producen de la nada si no que se producen por adaptaciones, rupturas y reestructuras de los conocimientos anteriores. Aprendemos a partir de y en contra de lo que ya sabemos por lo que los nuevos conocimientos se crean modificando los precedentes.
4. *Hipótesis: los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social pueden facilitar a la adquisición de conocimientos.* Ya que el aprendizaje se produce en un medio social en el que abundan interacciones, ya sean horizontales (niño-niño) o verticales (niño- adulto), es preciso tener en cuenta lo que un individuo puede hacer con la ayuda de otros.

   La eficacia de los conflictos sociocognitivos se justifica:

   - Permiten al alumno tomar conciencia de otras respuestas diferentes a la suya, lo que le obliga a descentrar su respuesta inicial.
   - Implica que el alumno sea más afectivo cognitivamente.
   - La respuesta diferente de *los otros* es portadora de información y llama la atención del sujeto sobre aspectos que no había tenido en cuenta.

En el siguiente cuadro (Fig. 1), adaptado de Ruiz Higueras (2012) podemos observar las relaciones y las interacciones que existen entre las hipótesis de aprendizaje, la tarea del maestro/a a través la gestión de las variables didácticas, así como la actividad que desarrolla el alumno/a.

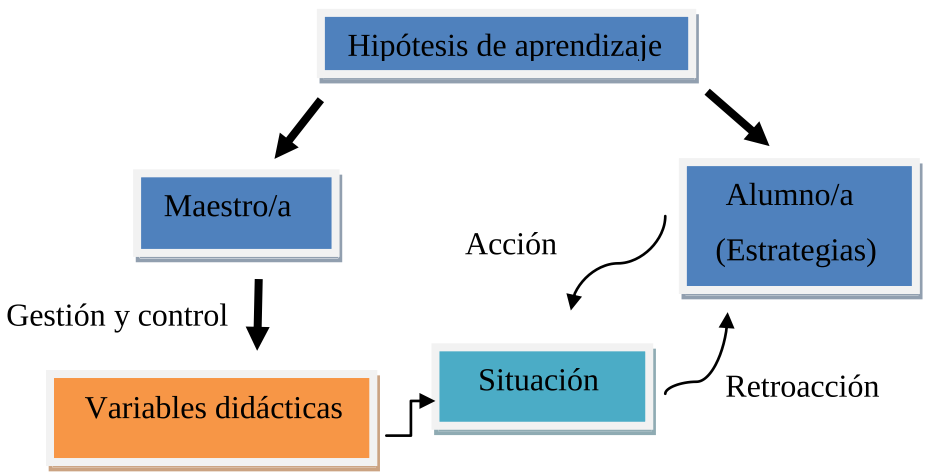


Figura 1. Hipótesis de aprendizaje y variables didácticas.

b) <u>Transposición didáctica.</u>

Para poder transmitir un conocimiento al alumnado, es necesario crear un proceso de enseñanza en el seno de una institución determinada. Chevallard (1985) puso de manifiesto que los conocimientos no son simplemente transvasados de una institución a otra, sino que sufren adaptaciones y transformaciones, en proceso que denominó como la transposición didáctica de los saberes. De una forma muy breve, este se define como el “conjunto de transformaciones que sufre un saber científico con el fin de ser enseñado”. (Ruiz Higueras, 2012)

Debemos tener en cuenta tres elementos:

- *Profesor:* es la persona que posee el saber científico, lleva a cabo el proceso de enseñanza.
- *Alumnos/as:* quienes solicitan una determinada parte de ese saber científico y deben aprender lo que antes se ha establecido socialmente.
- *Saber:* el objeto de aprendizaje.

Podríamos diferenciar dos etapas en proceso de transposición:

1. La determinación de los objetos del saber a enseñar mediados por programas y cuestionarios oficialmente establecidos.
2. La intervención del profesor una vez seleccionados los programas oficiales. Por tanto será el profesor/a el encargado en transformarlos para que sea posible su enseñanza a un cierto nivel.

En la Figura 2, se muestran los elementos y los procesos por los que se compone el sistema didáctico y su relación entre los mismos.

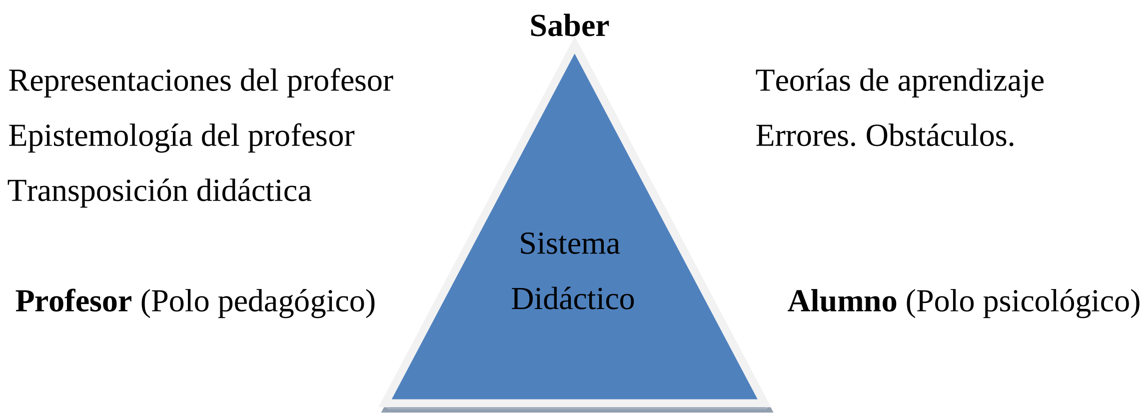


Figura 2. Polos del saber: Transposición didáctica.

4. Problema abordado en el TFG: la transposición didáctica del número natural en los libros de texto de la Escuela Infantil.

Los niños y niñas de infantil a menudo recitan números, aunque no comprendan plenamente su representación y las relaciones que se establecen entre ellos (Orton, 1990).

Con respecto a la construcción del número, Kamii (1986) manifiesta que el número no es de naturaleza empírica: *"el niño lo construye mediante [...] su propia acción mental de establecer relaciones entre objetos"*.

Para comprender mejor la posición y el sentido de los conocimientos numéricos que figuran actualmente en los libros de texto de Educación Infantil, conviene revisar su evolución de los conocimientos numéricos en los programas escolares a través de diferentes periodos. (Chamorro, 2005)

De 1953 a 1971	Recitación y escritura de la serie de primeros números, así como su composición y descomposición. **Hipótesis empirista** (de lo más simple a lo más complejo)
1971	Teoría de conjuntos. Conocimientos denominados prenuméricos (conjuntos, clasificaciones, seriaciones, etc.)
1973	Actividades para clasificar y ordenar colecciones. (Adquirir la idea de conjunto e introducir funcionalmente el número mediante conjuntos coordinables.)
1981	Programas renovados (concepción del número natural como cardinal de conjuntos coordinables.) Se elimina todo tipo de conocimiento designado como prenumérico.
1992	Enfatizan la actividad de contar en el proceso de construcción del número.

En resumen, comprobamos que antes de 1971, los conocimientos numéricos estaban asociados sólo y exclusivamente al ámbito del cálculo estudiando los números por iteración sucesiva de la unidad, en la década de los setenta y ochenta como saberes que habían de construirse una vez consolidados los conocimientos prenuméricos y en la actualidad se considera óptima la actividad de contar como base para la construcción de los primeros conocimientos numéricos.

Esta aproximación a la transposición didáctica del número permite constatar que el conocimiento matemático del número y la numeración no es transparente. Es necesario llevar a cabo una reflexión sobre la concepción de número natural, movilizarlo en el medio escolar, atender a sus características o restricciones y comprobar si los alumnos podrán construir con sentido el número o solo aplicarán los conocimientos una vez que el profesor/a se los haya facilitado. (Chamorro, 2005).

5. Un modelo epistemológico de referencia del número natural.

Desde un enfoque epistemológico, no podemos preguntarnos cómo los niños/as construyen sus conocimientos numéricos sin saber previamente qué es el número y las funciones del número y la numeración.

El número puede desempeñar diferentes funciones. Entre ellas, el número como medida de la cantidad de elementos de conjuntos discretos, o como memoria de la posición de un objeto dentro de una serie ordenada. Algunos autores se refieren a éstas como la *función cardinal* y la *función* ordinal del número natural que más adelante veremos con detalle.

Relación número y numeración.

Podemos definir el *número natural* como afirma Ruiz Higueras (2012, p.129) *"conjunto de todas y cada una de las clases de equivalencia obtenidas en **F** a partir de la relación de coordinabilidad (~)."*

Por **F** entendemos todos los conjuntos finitos que pertenecen a una misma clase de equivalencia y por coordinabilidad entendemos que dados dos conjuntos A y B, diremos que son coordinables o equipotentes si se puede establecer entre ellos una aplicación biyectiva, por ejemplo a cada comensal su vaso, a cada perro un bebedero, a cada mesa su silla etc. Por lo tanto, una relación de equivalencia ha de ser reflexiva, todo conjunto es coordinable consigo mismo, simétrica, dados dos conjuntos A y B, si A es coordinable con B también es B coordinable con A y transitiva que dados tres conjuntos todos pertenecen a la familia **F**

De esta forma, el número se puede interpretar como la medida de cualquier conjunto finito, entendiendo éstos como cantidades de magnitudes discretas. Se establece así una interesante conexión entre número y magnitudes (Chamorro y Belmonte, 1991).

Un ejemplo de esta conceptualización matemática de los libros escolares de Educación Infantil sería este:

Ahora bien, atendiendo a la afirmación de Ruiz Higueras (2012, p.135), la *numeración* se puede definir como *"la acción de enunciar y escribir los signos con los que denotamos los* *números".* Además, mantiene una relación dialéctica con el número para expresar y dar sentido a los números e implica la necesidad de representarlo de forma oral o escrita.

Una vez que sabemos qué es el concepto de número y numeración, para construir con sentido debemos conocer sus funciones:

1. **Medir una colección:** asignar un número natural a una colección.

   ● ● ● ● ● = 5 lápices.

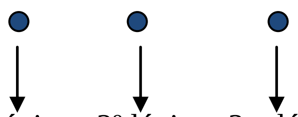
Veamos qué problemas pueden resolver el alumnado de infantil con dicha función:

- *Verificar la conservación de una colección:* a partir de una colección dada de elementos en dos momentos diferentes, determinar si es la misma colección o no.
- *Administrar una colección:* a partir de una determinada colección de objetos, determinar los cambios que ha sufrido en el transcurso de un tiempo.
- *Recordar una cantidad:* Recordar una cantidad que ya conocían o disponían en un momento determinado.
- *Recordar una posición:* evocar el lugar de un objeto en una sucesión ordenada.
- *Reproducir una cantidad:* construir una colección coordinable a una colección dada.
- *Comparar dos colecciones:* A y B desde el punto de vista de la cantidad de objetos que tiene cada una.
- *Repartir una cantidad:* Llevar a cabo el reparto de una colección en colecciones equipotentes o no.
- *Anticipar los resultados de una operación:* Anticipar la acción concreta, es decir construir una solución que nos pueda dispensar de la manipulación de los objetos reales.

2. **Producir una colección:** dado un número, construir una colección cuyo cardinal sea dicho número. (Proceso inverso al anterior.)

   5 lápices = ● ● ● ● ●

3. **Ordenar una colección:** asignar la posición de los elementos de una colección.


…etc.

1er lápiz 2º lápiz 3er lápiz

Ruiz-Higueras (2012) se refiere también a otras posibles concepciones del número natural, que describiremos en este trabajo ya que no serán explícitamente usadas. Entre otras, el número como producto del conteo, la concepción algebraica del número o el número como operador.

La figura 3 muestra la cantidad de actividades que puede realizar un sujeto con la concepción de ambos contenidos así como el tipo de número al que pertenece cada actividad:

Actividad del sujeto	**El número natural es:**
Clasificar	Cardinal
Comparar, seriar	Ordinal
Contar	Producto del conteo
Denotar, componer	Algebraico
Transformar	Operador

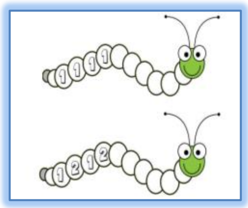
Figura 3. Actividad del sujeto según la concepción del número.

Algunos ejemplos de fichas en los que es posible encontrar estas concepciones del número son las siguientes:

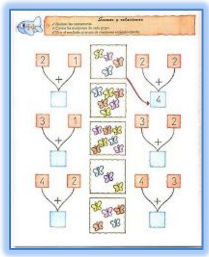
Contar:

Clasificar (cardinal):

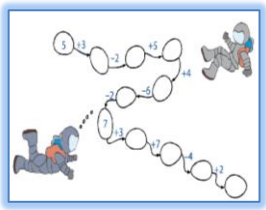
Comparar, seriar:



Denotar, componer:



Transformar:



Basándonos en las funciones anteriores, algunos problemas que permiten dar sentido a los procedimientos numéricos así como a las designaciones orales y escritas de los números en EI pueden ser los siguientes:

- Problemas para verificar la conservación de una colección, recordar una cantidad y administrar una colección.

- Problemas que ponen en juego dos colecciones para construir una equipotente a otra, comparar ambas, completar una para que tenga tantos elementos como la otra, combinarlas etc.
- Problemas de referencias ordinales.
- Problemas de división o reparto de una colección en dos colecciones.
- Problemas para llevar a cabo transformaciones entre objetos de diferente valor.

Para poder llevar a cabo todo esto y abordar con éxito la concepción del número y numeración así como su construcción, debemos reconocer los procedimientos que el niño/a puede emplear para resolver problemas. Podemos destacar, entre otros, los siguientes:

- *Correspondencia término a término:* Permite comparar dos colecciones, construir una colección equipotente a una colección dada etc. La manera de utilizar este procedimiento pueden ser dibujando la colección, evocando la cantidad en sus dedos, pintando palitos etc. Estas designaciones pueden ser consideradas como primitivas ya que representan una colección a través de una codificación rudimentaria.
- *Correspondencia subconjunto a subconjunto:* Cuando el tamaño de las colecciones aumenta, en vez de establecer correspondencias uno a uno, toman varios elementos de la colección a la vez.

Ambos procedimientos pueden ser iniciales, para comenzar a resolver un problema o de control para que verifiquen si ha realizado correctamente la tarea determinada.

- *Estimación visual:* Se emplea cuando la cantidad de elementos de la colección puede ser evocada mentalmente. En relación con los anteriores, este procedimiento suele ser poco fiable.
- *Subitizar*: Capacidad de enunciar rápidamente el número de objetos de una colección sin necesidad de contar. Reconocer de inmediato el número de elementos.
- *Contar los elementos de una colección:* Para llevar a cabo el algoritmo de contar es necesario:
    - Distinguir dos elementos diferentes de una colección por su posición o carácter distintivo.
    - Reconocer la pertenencia o no de todos los elementos a la colección que se pretender contar.
    - Enunciar el número.

- Conservar la memoria de esa elección.
- Determinar el subconjunto de elementos no elegidos o distinguir el elegido del no elegido.
- Determinar para cada elemento un sucesor.
- Enunciar el siguiente número de la banda numérica.
- Saber finalizar la tarea.

El procedimiento de contar implica:

- Saber enumerar.
- Conocer la banda numérica
- Asignar correctamente a cada objeto de la colección el nombre de un término de la banda numérica.

Para cardinar una colección es preciso además de todo lo anterior:

- Asignar al último elemento contado dos significados: el último objeto y la cantidad de todos los objetos de la colección.

* *Recontar:* Cuando se adjunta a una colección otra, los niños pueden contar todos los elementos para determinar el cardinal final de la colección. (Por ejemplo dos y dos: uno, dos, tres y cuatro.)
* *Descontar:* procedimiento inverso, contar hacia atrás.
* *Sobrecontar:* supone conocer y saber enumerar la serie de los números a partir de uno dado. (Por ejemplo: cinco y tres: seis, siete y ocho.)
* *Procedimientos mixtos:* establecer correspondencias por paquetes y bloques de elementos. (Por ejemplo: dada una colección de 10 elementos podrían decir que hay 5 y 5 o 4 y 6 o 3 y 7 etc.)
* *Procedimientos de cálculo:* Pueden utilizar conocimientos numéricos o bien memorizados o bien con técnicas de cálculo para poner en funcionamiento propiedades de los números naturales y de la numeración.

6. Un modelo didáctico de referencia: la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD).

Como afirma Ruiz Higueras (2012, p.41), *"la Teoría de las Situaciones Didácticas es una teoría sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático con una marca constructivista en la cual se considera que el aprendizaje matemático se produce como resultado de la resolución de problemas".*

Brousseau considera que los conocimientos matemáticos sólo se construyen a través de actividades en las que el niño/a pueda actuar, así como de los problemas que puedan resolver. Por lo tanto, postula que aprender matemáticas es “hacer matemáticas”, en actividades que se realizan en una situación y contra un medio (situación-problema). Por lo tanto, aprender matemáticas es “resolver problemas”.

Enseñar un conocimiento matemático es, por tanto, hacer que los alumnos/as desarrollen con dicho conocimiento una verdadera actividad matemática, en el sentido anterior. El profesor/a, debe imaginar y proponer a los alumnos/as situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, palpar e interactuar, que provoquen a los niños verdaderos problemas matemáticos, y en las que el conocimiento en concreto aparezca como una solución óptima a dichos problemas. Dicho conocimiento ha de ser construible por los propios alumnos. Es decir, que no sea el profesor el que “dé” o “muestre” el conocimiento al alumno para que este lo aplique posteriormente (*aplicacionismo).*

En el marco de la TSD, la noción de situación a-didáctica es central. De manera general, una situación didáctica se define a través del conjunto de interacciones que se establecen entre un sujeto (alumno), un profesor y un medio, con el fin de que el primero aprenda un conocimiento matemático concreto. Dentro de éstas, hay situaciones en las que el alumno hace frente, de manera autónoma, a la resolución de problemas, construyendo para ello un conocimiento, y recibiendo retroacciones del medio. Estas son denominadas como situaciones a-didácticas. Las condiciones indispensables para que una situación sea a-didáctica son las siguientes:

- El alumno debe poder entrever una respuesta (estrategia de base) al problema planteado.
- La estrategia de base de ser insuficiente.
- El alumno debe poder validar sus estrategias interactuando con la situación.
- La situación-problema debe informar al alumnado sobre la validez o no de sus estrategias.
- El conocimiento buscado debe aparecer como la estrategia óptima que permita resolver el problema haciendo que éste abandone la estrategia de base.

Por tanto, estas situaciones serán donde el alumno/a desarrolle un trabajo intelectual comparable a la actividad científica, donde actúe, formule, pruebe y construya modelos de lenguaje, conocimientos que intercambie con los demás y sepa reconocer y recoger los útiles y pertinentes (Ruiz Higueras, 2012).

Brousseau (1998) plantea una serie de situaciones a-didácticas que permiten al alumnado construir el conocimiento matemático respetando las condiciones citadas anteriormente. Estas situaciones podemos clasificarlas en:

1. *Situaciones a-didácticas de acción:* Proponen al alumnado un problema en unas condiciones tales que la mejor solución se obtiene mediante un conocimiento a enseñar y, de tal forma, el alumno puede actuar sobre la situación y hacer elecciones durante esta acción, al tiempo que la situación le devuelve información sobre las consecuencias de su acción.

Si el alumno no cuenta con una estrategia inicial asegurada deberá buscar otra y de esta manera puede llegar a construir una nueva estrategia. El objetivo es facilitar y favorecer un cierto tipo de interacciones entre el sujeto y el medio, siendo en todo momento una situación que le permita al alumno juzgar el resultado de su acción.

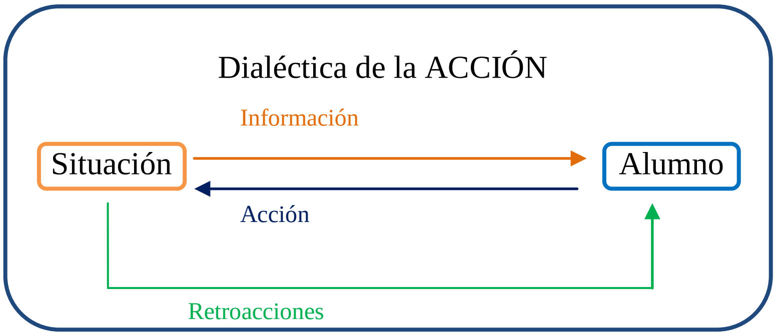


Figura 4. Dialéctica de la acción.

2. *Situaciones a-didácticas de formulación:* En esta fase se diseñan situaciones en las que las estrategias que se han puesto en funcionamiento por el alumno/a en la fase anterior tengan que ser necesariamente explícitas, que se tengan que formular ya sea de forma oral o escrita.

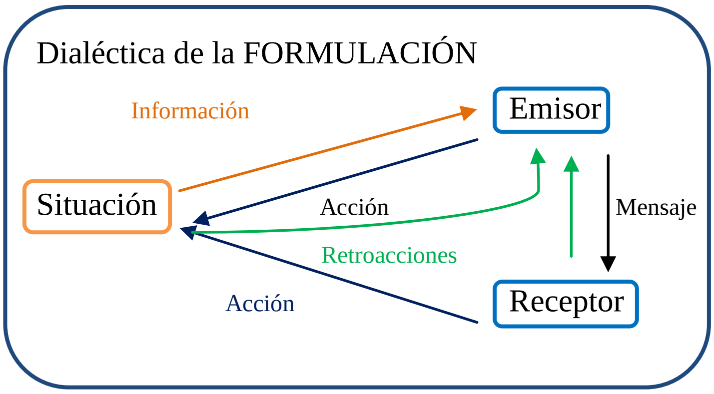


Figura 5. Dialéctica de la formulación.

3. *Situaciones a-didácticas de validación:* En esta situación, el alumno/a debe demostrar por qué la estrategia que ha creado para resolver el problema es válida. Es decir, debe "convencer" al otro, probar la exactitud.

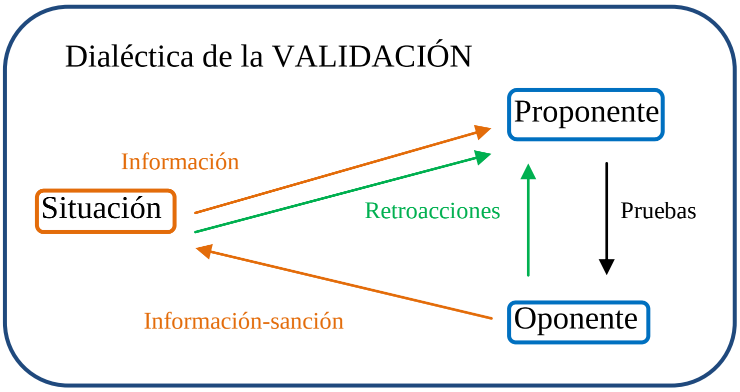


Figura 6. Dialéctica de validación.

4. *Situaciones a-didácticas de institucionalización de los conocimientos:* Tienen como misión dotar de un cierto estatuto oficial al nuevo conocimiento construido y validado. En este caso, el profesor/a es el encargado de informar a los alumnos/as el conocimiento que acaban de construir. De esta manera el conocimiento pasa a ser algo que los alumnos deben saber, nombrar y aplicar en lo sucesivo.

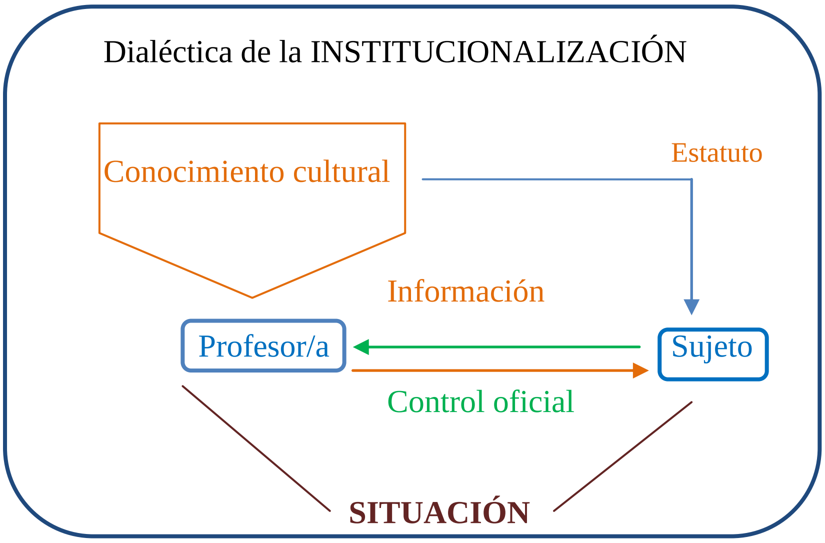


Figura 7. Dialéctica de la institucionalización.

En el marco de la TSD se afirma que el alumno/a aprende cuando modifica él mismo su relación con el conocimiento, adaptándose a las situaciones-problema que le presenta el profesor/a. Éste juega un papel fundamental, en la medida en que es responsable de generar las *condiciones* de los problemas que plantea a los niños (estructuración del medio didáctico) que den lugar a situaciones en las que los alumnos tengan la oportunidad de construir el conocimiento matemático deseado. El profesor/a deberá tomar decisiones, siendo algunas de ellas fundamentales ya que podrán afectar a la jerarquía de estrategias de solución que pongan en funcionamiento los niños y, en consecuencia, a la significación de los conocimientos matemáticos que éstos van a aprender. Estas elecciones se denominan *variables didácticas.*

Una *variable didáctica* es por tanto Chamorro (2005, p.28) *"un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro/a y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno".* Si actuamos sobre él, podemos provocar adaptaciones y aprendizajes.

6.1 Situación fundamental para la construcción del número en su aspecto cardinal.

Como afirma Ruiz-Higueras (2012, p.142) *"el conocimiento de los primeros números naturales se manifiesta por el conteo. Contar es una actividad naturalizada que todos conocemos y que realizamos sin dificultad alguna". [...]*

En este apartado, vamos a determinar un modelo de situación-problema que nos permita reproducir las actividades de contar y cardinar en la escuela. Para ellos, debemos construir una situación fundamental para que, a través del conteo, determinemos el cardinal de una colección. Esto nos puede suponer definir una clase de situaciones con un cierto número de variables didácticas. Los problemas de este tipo tendrán como solución óptima el número natural como medida de colecciones finitas, siendo el conteo la técnica óptima para medir y producir colecciones.

A modo de ejemplo, y antes de introducir la descripción general de la situación fundamental del número cardinal, consideremos la siguiente situación:

> Dada una cantidad de lapiceros, pedimos a un niño/a que vaya a otro lugar, desde el que no vea los lapiceros citados anteriormente, a buscar la misma cantidad de lápices como lapiceros tenga para poder poner uno en cada lapicero sin que falten ni sobren. Esta actividad nos servirá para darnos cuenta de los alumnos/as que *"saben contar cuando son capaces de realizar correctamente la tarea y, aún más, cuando son capaces de pedirles a alguien la cantidad de lápices que necesita y controlar si ha llevado a cabo estas acciones correctamente".* (Brousseau, 1995, p.12)

En este caso, podemos definir la situación fundamental que permite movilizar el número natural en su aspecto cardinal como:

Una persona debe ir a buscar, en una sola vez, una colección C_2 equipotente a una colección de referencia C_1. Las colecciones C_1 y C_2 están visibles y disponibles simultáneamente en el momento de la validación, pero no en el momento de la construcción, es decir, mientras que la persona construye C_2 no puede ver C_1.

Realizando este tipo de actividades, decimos que alguien es capaz de contar y además sabe hacerlo de una manera correcta cuando además de recitar la secuencia numérica: señala con el dedo cada uno de los objetos dados, estableciendo una biyección entre los objetos de la colección y las palabras-número; sabe detenerse en la última palabra número recitada, una vez que ha pasado (enumerado) por toda la colección, y entiende que esa última palabra “mide” a toda la colección.

“Para generar distintos tipos de problemas que designamos habitualmente como “problemas de contar” nos basta con modificar el número de variables de la situación”. (Ruiz Higueras 2012, p.143)

Tomando como base la situación fundamental descrita anteriormente así como las variables didácticas que el profesor puede gestionar, veamos las situaciones de comunicación que pueden movilizar los alumnos para resolver este tipo de tareas:

1. **Situaciones de autocomunicación:** el propio niño/a dispone de la colección de referencia C_1 y va a buscar en una sola vez la colección equipotente C_2.
2. **Situaciones de comunicación oral:** el profesor dispone de una colección de referencia C_1 y pide oralmente a un niño que vaya a buscar justo los objetos de otra colección C_2 para construir una equipotente a C_1.
3. **Situaciones de comunicación escrita:** un niño/a dispone de una colección de referencia C_1 y pide por escrito a otro niño/a que vaya a buscar justo los objetos necesarios de otra colección C_2 para construir otra con tantos elementos como tiene C_1.

6.2 Situación fundamental para la construcción del número en su aspecto ordinal.

En el punto anterior hemos visto la situación fundamental que permite movilizar y construir el número natural en su aspecto cardinal, ahora, vamos a describir un modelo de situación-problema que nos permita movilizarlo y construirlo igualmente pero en su aspecto ordinal. Construir una situación fundamental en la que a través de la actividad de ordenar se pueda determinar con precisión el lugar que ocupa un objeto, supone definir una serie de situaciones con determinadas variables didácticas que nos permita generar un conjunto de problemas característicos de dicha actividad, la de asignar ordinales a los objetos de una colección.

A modo de ejemplo, y antes de introducir la descripción general de la situación fundamental del número ordinal, consideremos la siguiente situación:

Dada una colección de 10 lapiceros opacos y alineados boca abajo, colocamos a la vista del alumno/a una goma de borrar debajo de cualquiera de ellos. Informamos al alumno/a de que cuando volvamos de clase de inglés le vamos a preguntar donde está situada la goma de borrar.

En este caso, podemos definir la situación fundamental que permite movilizar el número natural en su aspecto ordinal como:

Dada una colección de objetos, entre los que se ha establecido una relación de orden, designada como S_1, elegimos un objeto de la misma. Una persona debe determinar con toda precisión la posición de un objeto que ocupe la misma posición en otra serie S_2 isomorfa a la serie de referencia S_1. Las series S_1 y S_2 están disponibles en el momento de la verificación de la validez de la solución empleada, pero no en el momento de la construcción de estrategia de resolución.

El sujeto, para determinar el lugar preciso que ocupa un objeto en una serie, debe utilizar como estrategia óptima el número natural en su aspecto ordinal.

Realizando este tipo de problemas, el número en su aspecto ordinal constituirá la solución óptima a dichos problemas y además facilitará su solución a aquellos alumnos/as que no posean este conocimiento; que no sepan utilizar los números ordinales. Estableciendo una biyección entre los objetos de la colección y las palabras-número, sabemos que existen objetos de la serie como el primero y el último, o los inmediatos a estos, que pueden ser identificados de manera rápida por una simple percepción visual sin utilizar como recurso los ordinales. Para que esto no se produzca puesto que el objetivo de estos tipos de problemas es la movilización del número en su aspecto ordinal, basta con situar el objeto que queremos ocultar fuera de estas posiciones así como modificar el número de variables didácticas de la situación.

Tomando como base la situación fundamental descrita anteriormente así como las variables didácticas que el profesor puede gestionar, las situaciones de comunicación que pueden movilizar los alumnos para resolver este tipo de tareas son las siguientes:

1. **Situaciones de autocomunicación:** Es el propio niño/a quien observa el lugar ocupado por el objeto en la serie de referencia S_1 y quien debe volver a localizarlo con precisión, bien en la misma serie o bien en otra análoga S_2.
2. **Situaciones de comunicación oral:** Un niño/a A_1 elige un objeto en la serie de referencia S_1 y debe comunicar oralmente a otro niño/a A_1 las informaciones necesarias para que pueda localizar el objeto que ocupa la misma posición en otra serie S_2 o en la misma S_1.
3. **Situaciones de comunicación escrita:** Un niño/a A_1 elige un objeto en la serie de referencia S_1 y debe comunicar por escrito a otro niño A_2 las informaciones necesarias

para que pueda localizar el objeto que ocupa la misma posición en otra serie S_2 o en la misma S_1.

7. El saber a enseñar: análisis del currículo.

Como dicta el Real Decreto 1630/2006, de 29 de diciembre, la Educación infantil constituye la etapa educativa con identidad propia que atiende a niños/as desde el nacimiento hasta los seis años y tiene carácter voluntario. Se ordena en dos ciclos: el primero comprende hasta los tres años y el segundo, que tendrá carácter gratuito, desde los tres a los seis años de edad.

En el primer ciclo se atenderá especialmente a la adquisición de hábitos elementales de salud y bienestar, a la mejora de sus destrezas motrices y de sus habilidades manipulativas, al desarrollo del lenguaje, al establecimiento de vínculos afectivos con los demás y a la regulación progresiva de la expresión de sentimientos y emociones.

En el segundo ciclo se iniciará el aprendizaje de la lectura y la escritura en función de las características y de la experiencia de cada niño, se propiciaran experiencias de iniciación temprana en habilidades numéricas básicas, en las tecnologías de la información y la comunicación y en la expresión plástica y musical.

Asimismo, en el segundo ciclo se iniciará una aproximación al uso oral de una lengua extranjera en actividades comunicativas relacionadas con las rutinas y situaciones habituales del aula.

El ciclo en su totalidad, constituye la unidad temporal de programación. Por ello, se garantizará el trabajo en equipo de los profesionales de un mismo ciclo. La intencionalidad educativa debe orientar en esta etapa todos los momentos, actividades y situaciones escolares. Las distintas propuestas y experiencias de aprendizaje se abordarán desde un enfoque integrado y globalizador.

Los métodos de trabajo en ambos ciclos se basarán en las experiencias, en la actividad infantil y en el juego, y se aplicarán en un ambiente de seguridad, afecto y confianza para potenciar la autoestima y la integración social.

Actualmente, la EI tiene como marco de referencia la Ley Orgánica de Educación 2/2006. El currículo se estructura en tres áreas diferenciadas, describiendo para cada una de ellas los objetivos, fines, criterios de evaluación, principios generales y currículo referidos al conjunto de la etapa, si bien el tratamiento que debe darse a estos elementos que tienen características diferenciadas a lo largo en la etapa y que se orientará a favorecer una atención individualizada.

Atendiendo a la ORDEN ECI/3960/2007, en esta etapa, tanto del primer ciclo como en el segundo, se da especial relevancia a los aprendizajes orientados a la construcción de una imagen ajustada de sí mismo, al conocimiento, valoración y control que niños/as van adquiriendo de su persona, de sus posibilidades y de la capacidad para utilizar con cierta autonomía los recursos disponibles en cada momento, y al desarrollo de la comunicación a través de los distintos lenguajes y, de forma especial, del lenguaje verbal. En este proceso adquiere una relevancia especial la participación y colaboración con las familias.

Los contenidos educativos de la Educación infantil se organizarán en las siguientes áreas, para los dos ciclos de la etapa:

- Conocimiento de sí mismo y autonomía personal.
- Conocimiento del entorno.
- Lenguajes: comunicación y representación.

Ahora bien, atendiendo al aprendizaje matemático que es el que nos interesa analizar, el currículo es considerado como un plan operativo que nos detalla qué matemáticas necesitan saber nuestros alumnos/as, cómo deben alcanzarse los objetivos curriculares, qué deben hacer los docentes para conseguir que sus alumnos desarrollen el conocimiento matemático, el contexto en el que se debe desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje así como la evaluación deberá tener un carácter netamente formativo y permitirá valorar el desarrollo alcanzado así como identificar los aprendizajes adquiridos por los niños/as.

Analizando cada una de las tres áreas que integran la EI, los contenidos matemáticos los encontramos de la siguiente manera:

- Área de conocimiento y autonomía personal:
- Primer ciclo: No se encuentran conocimientos matemáticos.
- Segundo ciclo: No se encuentran conocimientos matemáticos.
- Área de conocimiento del entorno:
- Primer ciclo: Bloque 1. Interacción con el medio físico y natural.

Clasificaciones atendiendo a un criterio y ordenaciones de dos o tres elementos por tamaño.

Realización de acciones sobre elementos y colecciones como juntar, distribuir, hacer correspondencias y contar elementos, aproximándose a la cuantificación no numérica (muchos, pocos, algunos) y numérica (uno, dos y tres).

- Segundo ciclo: Bloque 1. Medio físico: elementos, relaciones y medida.

Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que).

Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso números cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.

Exploración e identificación de situaciones en que se hace necesario medir. Algunas unidades convencionales y no convencionales e instrumentos de medida. Aproximación a su uso. Interés y curiosidad por los instrumentos de medida.

Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio. Posiciones relativas. Identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro…) y realización de desplazamientos orientados.

- Área de Lenguaje: comunicación y representación:

- Primer ciclo: No se encuentran conocimientos matemáticos.
- Segundo ciclo: No se encuentran conocimientos matemáticos.

8. El saber a enseñar: análisis de una editorial.

Una vez visto todo lo anterior y teniendo consciencia de la construcción funcional del número, tanto en su aspecto ordinal como cardinal, me ha parecido interesante analizar una editorial con la que se trabaja en las aulas de EI para comprobar si los niños/as de estas edades aprenden con sentido y comprensión el concepto de número y todo lo que esto conlleva.

La editorial que he elegido es Edelvive, concretamente el proyecto "trébole", y he analizado las fichas correspondientes al número y numeración que abarcan todo el segundo ciclo de infantil, así como cada uno de los trimestres de los que se compone dicho ciclo.

La figura 8 plasma a modo de esquema las funciones del número y numeración:

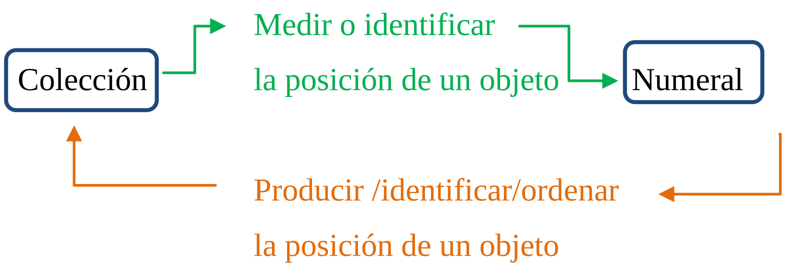


Figura 8. Funciones del número y numeración.

El resultado del análisis es el siguiente:

Clasificación de fichas.

En el material curricular previamente señalado, hemos podido diferenciar 4 tipos de fichas diferentes:

1. Escritura del numeral.
2. Medir o identificar colecciones.
3. Producir colecciones.
4. Ordenar colecciones.

Categorías: tipos de tareas

A continuación, veamos de qué manera se hace en cada uno de los 4 tipos diferentes:

1. Prescritura del número/numeral: El alumno/a sólo y exclusivamente escribe el numeral que la ficha le pide a razón de unos "puntitos" o siguiendo la dirección de unas "flechitas".
2. Medir o identificar colecciones: Dada una o varias colecciones de objetos, el alumno/a debe de producir el numeral que represente el conjunto de dicha colección.
3. Producir o identificar colecciones: Dado un numeral, el alumno/a debe de representar una colección que tenga tanto objetos como cantidad represente dicho numeral.
4. Ordenar colecciones: Dado un numeral o un objeto, el alumno/a debe de identificar la posición que este ocupa y viceversa (es decir, dada la posición que ocupa un objeto, determinar la representación del numeral o colorear el objeto representado).

La figura 9 nos muestra de las 187 fichas encontradas la proporción de cada contenido:

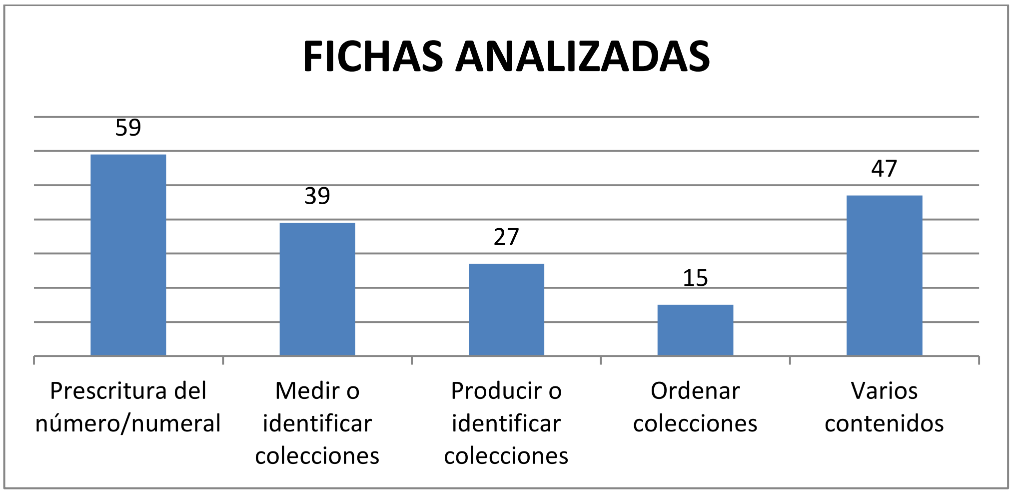


Figura 9: Análisis de fichas de la editorial.

Discusión de los resultados:

- Dicha editorial trabaja a través de la corriente empirista, es decir, el docente juega el papel de transmisor de conocimientos "verdaderos". Lee el contenido de la ficha y lo transmite a sus alumnos/as de manera que ellos sólo se limitan a captar y asimilar dichos conocimientos, no los construyen y tampoco son ellos los que corrigen sus propios "errores".
- El porcentaje de fichas no es el mismo. Podemos encontrar más cantidad de fichas en las que se trabaja, por ejemplo, la preescritura del número/numeral que fichas en las que el alumno/a debe ordenar una colección o identificar la posición de un objeto.

Podríamos decir por tanto que atendiendo a la proporción de fichas analizadas, no se trabaja por igual la misma cantidad de contenidos. Por lo que el alumnado poseerá más conocimientos de un contenido que de otro.

- Observamos también que en una misma ficha podemos encontrar varios contenidos para trabajar, por lo que los alumnos aprenderán diferentes conocimientos realizando una sola tarea.
- Casi todos los modelos de fichas son repetitivos. Las figuras 10 y 11 son un ejemplo de estos.

Un ejemplo de esto sería el siguiente:

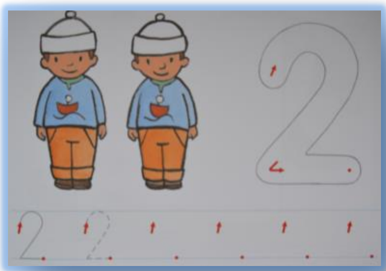


Figura 10. Escritura del numeral.

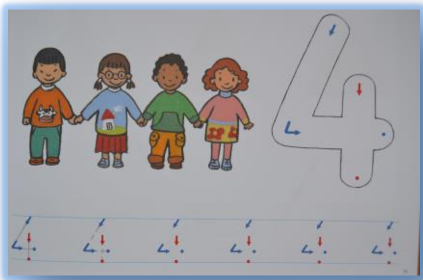


Figura 11. Escritura del numeral.

Un análisis en profundidad de un ejemplo de una ficha de dicha editorial sería el siguiente: (Figura 12).

Para responder a esta tarea, los alumnos/as deben proceder a contar los elementos de cada colección de objetos representados en la misma. Tomar la última palabra-número pronunciada y considerarla como su cardinal para posteriormente representarlo.

Supongamos que algún alumno/a, en lugar de asignar a la colección de esquiadores el cardinal correcto, 3, le asigna 2. Cualesquiera que sean las razones por las que el alumno/a ha cometido este error, lo que sí podemos constatar es que el ejercicio por sí mismo, no le “dice” que la respuesta es incorrecta.

Una vez terminada la actividad veamos qué podemos valorar de la misma:

- Si usa las cifras para representar la cantidad en la petición escrita.
- Si usa las cifras numéricas para representar la cantidad de la colección.
- Si utiliza el conteo para cardinar colecciones.
- Cómo valida la solución aportada.

El ejercicio no produce una “retroacción” que permita evaluar al alumno/a por sí mismo si ha realizado la tarea con éxito o no, por lo tanto, debe esperar el juicio del profesor/a para saber si la ha realizado correctamente o no. Dicho ejercicio por tanto, podríamos decir que es necesario en un momento dado del aprendizaje el alumno para determinar si ha adquirido la escritura correcta de los números. No puede asimilarse a una situación de aprendizaje constructivo del número.

Veamos ahora una situación-ejercicio de las mismas características que la ficha anterior pero ahora bajo la corriente constructivista, que permita al alumno construir el concepto de número además de cardinar elementos:

Una maestra de infantil de una clase de 5 años propone lo siguiente: *“vamos a realizar un juego que consistirá en preparar la mesa para comer. Para ello vamos a utilizar a la mascota de la clase* **“***el sapo Paco” que nos ayudará a descifrar los mensajes con vuestras peticiones.*

“El sapo Paco” no puede oír nada, no entiende lo que hablamos por lo que todo lo que queramos pedirle tiene que ser por escrito y sólo sabe leer hasta el número 6.”

A continuación la maestra/o pone sobre su mesa, a la vista de todos los niños/as una colección de platos (en este caso 9). La cifra debe ser siempre mayor de la que la marioneta sabe leer. (Esto nos permitirá que los alumnos/as tengan que descomponer un número en varios sumandos).

La maestra/o pide a los niños/as que le escriban o dibujen a la marioneta en un folio un mensaje para que ésta les dé tantas cucharas como platos hay sobre la mesa para que cada plato tenga una sola cuchara.

La marioneta (en mano de la maestra) proporcionará a los niños/as las cucharas que le hayan pedido en sus mensajes. De esta manera cada alumno podrá validar de manera autónoma si ha formulado correctamente su mensaje comprobando si tiene tantas cucharas como platos hay en la mesa.

Una vez terminada la actividad veamos qué podemos valorar de la misma:

- Si usa las cifras para representar la cantidad en la petición escrita.
- Si organiza la colección total de platos en varias subcolecciones.
- Qué tipo de relación establecen entre ambas colecciones (platos-cucharas).
- Si utiliza el conteo para cardinar colecciones y subcolecciones.
- Si utiliza el recuento, sobreconteo, descuento…para controlar el cardinal de las subcolecciones en relación con la colección total.
- Si es capaz de descomponer un número en varios sumandos.
- Cómo valida la solución aportada.

9. Síntesis y conclusiones.

Una vez acabada la presente investigación sobre los modelos de enseñanza que podemos encontrar en las aulas de Educación Infantil, concretamente centrados en el aprendizaje del número y la numeración, podemos decir que ambos modelos teóricos en los que se basa dicho aprendizaje son correctos para conseguir que nuestro alumnado adquiera un aprendizaje significativo.

Como ya hemos visto anteriormente, el empirismo prima por lo que dice el maestro/a y por lo que evalúa el mismo, por lo tanto, para nosotros al igual que para los niños/as de hoy día, el aprendizaje que se lleva a cabo con este modelo teórico es un aprendizaje sencillo de realizar y fácil de captar. Sin embargo, desde el punto de vista docente, si nos planteamos enseñar bajo la hipótesis constructivista nos llevaría mucho más tiempo preparar las situaciones de aprendizaje y serían un poco más costosas para realizar en el aula.

Basándome en mi experiencia personal como alumna de la Universidad de Jaén y como una futura docente cuando he tomado contacto con las aulas de infantil en mi periodo de prácticas, puedo decir que el modelo que prima en la mayoría de los centros es el modelo empirista. Sin posicionarnos demasiado acerca del modelo más idóneo para el aprendizaje en estas edades y basándonos en la investigación realizada comparando ambos modelos teóricos, si podemos decir que el aprendizaje bajo la construcción constructivista es más completo que el aprendizaje bajo la hipótesis empirista.

10. Bibliografía.

Aguilar, B., Ciudad, A., Laínez, M. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir.* (n.d.): Enfoques educativos S.L.

BOE (2008). Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil.

Brousseau, G. (1995). *Didactique des sciences et formation des professeurs.* Grenoble, Francia: IUFM de Grenoble.

Chamorro, M.C. (2005). Herramientas de análisis en Didáctica de las Matemáticas. En M.C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 39-62). Madrid: Pearson Educación.

Chevallard, Y., Gascón, J. y Bosch, M. (1997). *Estudiar matemáticas.* Barcelona: ICE-Horsori.

Fernández, J. (2007). *Aprender matemáticas, metodologías y modelos europeos.* Madrid: MEC.

Kamii, C. (1986). *El aprendizaje del número.* Madrid: Aprendizaje-Visor.

Margolinas, C. (1993). *De la importancia de la verdad y la falsedad en la clase de matemáticas.* París, Francia: La pensée Sauvage Editiones.

Real Academia Española. (s.f.). Matemáticas [artículo enmendado]. En diccionario de la lengua española (avance de la 23ª ed.) Recuperado de http://lema.rae.es/drae/srv/search?id=KKV7VRErQ2x5JfEFbub

Ruiz Higueras, L. (2005). Aprendizaje y matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la Escuela Infantil. En M.C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 1-38). Madrid: Pearson Educación.

Ruiz Higueras, L. (2005). La construcción de los primeros conocimientos numéricos. En M.C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 181-219). Madrid: Pearson Educación.

ORTON, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas.* Madrid: Ediciones Morata/MEC.